

臺中區國立高級中學 101 學年度
大學入學指定科目考試第二次聯合模擬考

數學乙

試題編號：AU-3014

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 3 題，多選題 4 題，選填題第 A 至 C 題共 3 題，非選擇題共二大題
作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在「答案卡」上畫記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7，亦即選項 (3) 時，考生要在答案卡第一列 ³ 劃記 (注意不是 7)，如：

解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 ¹ 與 ³ 劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …, 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而答案是 $\frac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 ³ 與第 19 列的 ⁸ 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ⁻ 與第 21 列的 ⁷ 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

祝考試順利



第壹部分：選擇題（佔 74 分）

一、單選題（18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 丟擲二粒骰子，設隨機變數 X 表二粒骰子點數和，而 $X=X_k$ 之機率以 $P(X=X_k)$ 表之，則 $P(1 \leq X \leq 3) =$
 - (1) $\frac{1}{10}$
 - (2) $\frac{1}{11}$
 - (3) $\frac{1}{12}$
 - (4) $\frac{1}{13}$
 - (5) $\frac{1}{14}$

2. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n^2} + \frac{4}{n^2} + \frac{6}{n^2} + \cdots + \frac{2n}{n^2} \right) =$
 - (1) 0
 - (2) 1
 - (3) 2
 - (4) 3
 - (5) 沒有極限

3. 目前國際上用芮氏規模來表示地震的強度，設 E 為地震「芮氏規模 r 」時，震央所釋放出來的能量， r 與 E 的關係為 $\log E = 5.24 + 1.44r$ 。已知日本 2011 年 3 月 11 日發生的「311 大地震」的芮氏規模為 9.0，若假設其釋放出的能量為發生於台灣 1999 年 9 月 21 日「921 大地震」的 256 倍，則下列何者最接近「921 大地震」芮氏規模？
($\log 2 = 0.3010$)
 - (1) 7.2
 - (2) 7.3
 - (3) 7.4
 - (4) 7.5
 - (5) 7.6

7. 已知 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{c}|=\sqrt{3}$, 且 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, 則:

(1) $\vec{a} \perp \vec{b}$

(2) $\vec{a} \perp \vec{c}$

(3) 由 \vec{b} 和 \vec{c} 所張的三角形面積為 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4) $|2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}|=2$

三、選填題 (24分)

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8-19)。

2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 教育部為了解「全國高中對 12 年國教的看法」，成功訪問若干高中生，在 95% 信心水準下有 78.4% 到 81.6% 的人反對實施，試問此次訪問抽樣 ⑧⑨⑩⑪ 位高中生。

B. 一排共有 10 個座位，甲、乙、丙三人按如下方式就座：每人左右兩旁都有空座位，且甲必須在乙和丙之間，則共有 ⑫⑬ 種坐法。

C. 設 $A^2 = \begin{bmatrix} -7 & -2 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$, $A^3 = \begin{bmatrix} -18 & -5 \\ 25 & 7 \end{bmatrix}$, 試求矩陣 $A = \begin{bmatrix} \textcircled{14} & \textcircled{15} \\ \textcircled{16}\textcircled{17} & \textcircled{18}\textcircled{19} \end{bmatrix}$ 。

第貳部分：非選擇題 (26分)

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號 (一、二) 與子題號 ((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每題配分標於題末。

一、某貨運公司有載重 3 噸的小貨車 5 輛和載重 5 噸的大貨車 3 輛，共有 7 名司機。若該公司每天最少須運送 20 噸的貨物，且每輛車最多只能運送一次，則：

(1) 這家公司共有幾種調度車輛的方法？（6 分）

(2) 若小貨車出一趟需花費 3000 元，大貨車需花費 5500 元，則如何調派大小貨車才能最節省出車費用，並求出最節省之出車費用？（6 分）

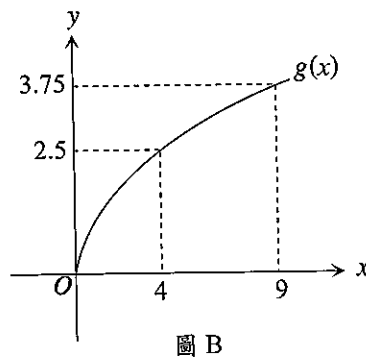
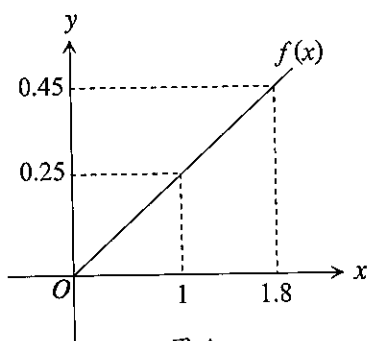
二、某企業生產甲、乙兩種產品，根據市場調查，甲產品的投資 x 與利潤 $f(x)$ 關係成正比，如圖 A，乙產品的利潤 $g(x)$ 與投資 x 之平方根的關係成正比，如圖 B，回答下列問題：

（投資與利潤單位：萬元）

(1) 分別將甲、乙兩種產品的利潤表示為投資的函數，寫出 $f(x)$ 與 $g(x)$ 。（4 分）

(2) 若將資金 10 萬元投入甲、乙兩種產品的生產，則如何分配這 10 萬元的投資，才能使企業獲得最大利潤，其最大利潤約為多少萬元（請將利潤金額四捨五入至萬元）？

（10 分）



臺中區國立高級中學 101 學年度
大學入學指定科目考試第二次聯合模擬考
數學乙詳解

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 參考答案：(3)

試題解析： $P(1 \leq X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

$$= 0 + \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \frac{1}{12}$$

2. 參考答案：(2)

試題解析：所求 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \frac{n(n+1)}{2}}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{1} = 1$

3. 參考答案：(2)

試題解析：依題意知 $\begin{cases} \log(256E) = 5.24 + 1.44 \times 9 \cdots \cdots (1) \\ \log E = 5.24 + 1.44r \cdots \cdots (2) \end{cases}$

$$(1)-(2) \text{ 得 } \log 256 = 1.44(9-r)$$

$$\therefore r \doteq 7.328$$

二、多選題

4. 參考答案：(3)(4)

試題解析： $\because f(2+t) = f(2-t) \therefore x=2$ 為對稱軸

又 $f(5) > 0, f(6) < 0$

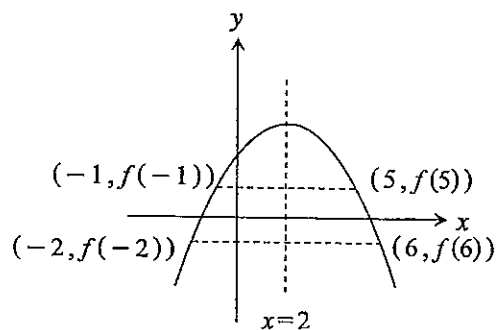
(1) \times ： $\because f(x)$ 圖形如右所示 $\Rightarrow a < 0$

(2) \times ： $\because -\frac{b}{2a} = 2$

$$\therefore b = -4a$$

(3) \circ ： $f(0) > 0 \Rightarrow c > 0$

(4) \circ ： $f(-2) < 0 \therefore 4a - 2b + c < 0$



5. 參考答案：(1)(2)(3)

試題解析：(1) \circ ： $x' = x + 5 \Rightarrow \bar{x}' = \bar{x} + 5 = 50 + 5 = 55$ 且

(2)(3) \circ ： $\sigma_{x'} = \sigma_x = 6, r(x', y) = r(x, y) = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \frac{6}{5} = \frac{18}{25}$

(4) \times ： $\therefore Y$ 對 X' 之最適合直線為 $y - 70 = \frac{6}{5}(x' - 55) \Rightarrow y = 4 + \frac{6}{5}x'$

6. 參考答案：(1)(4)

試題解析：(1)○：
$$\begin{cases} x+y=-2 \\ x-2y=7 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(1,-3)$$

(2)(3)×：

(4)○：(1,3)必在 $x+y=h$ 及 $x-2y=k$ 上

$\therefore h=4, k=-5$ ，又(5,-1)在 $x-2y=7$ 及 $x+y=4$ 上

(5,-1)亦是平行四邊形頂點。

7. 參考答案：(2)(3)(4)

試題解析：(1)×：
$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0} \Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$$

$$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=-1\neq 0$$

(2)○： $\because \vec{a}+\vec{c}=-\vec{b} \therefore \vec{a}\cdot\vec{c}=0$

故 $\vec{a}\perp\vec{c}$

(3)○： $\vec{b}\cdot\vec{c}=-3$ ，所以所張之三角形面積 $=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2\cdot|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4)○： $|2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}|=|(2(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})+\vec{b}+2\vec{c})|=|\vec{b}+2\vec{c}|=2$

三、選填題

A. 參考答案：2500 (⑧ 2 ⑨ 5 ⑩ 0 ⑪ 0)

試題解析：
$$\frac{78.4\%+81.6\%}{2}=80\%, 2\cdot\sqrt{\frac{0.8\cdot 0.2}{n}}=1.6\%$$

$$\therefore n=2500$$

B. 參考答案：40 (⑫ 4 ⑬ 0)

試題解析：先將座位編號1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

依題意甲只能坐編號4, 5, 6, 7位

(1)甲坐4號位，乙丙坐法共8種

(2)甲坐5號位，乙丙坐法共12種

(3)甲坐6號位，乙丙坐法共12種

(4)甲坐7號位，乙丙坐法共8種

共40種坐法。

C. 參考答案： $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$ (⑭ 4 ⑮ 1 ⑯ - ⑰ 5 ⑱ - ⑲ 1)

試題解析： $\because A^2\cdot A=A^3 \Rightarrow A=(A^2)^{-1}\cdot A^3$

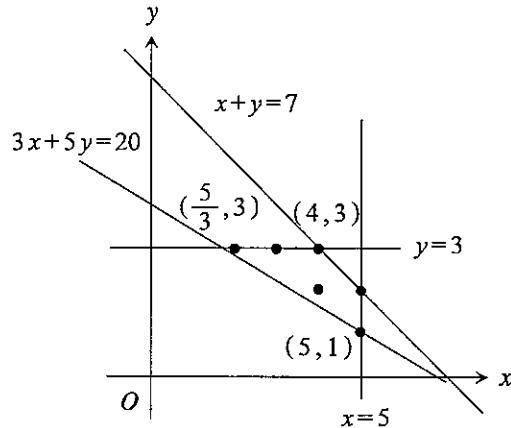
$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix} -7 & -2 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} -18 & -5 \\ 25 & 7 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -18 & -5 \\ 25 & 7 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$$

第貳部分：非選擇題

一、試題解析：(1)設需小貨車 x 輛，大貨車 y 輛

$$\text{則} \begin{cases} 0 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq y \leq 3, y \in \mathbb{Z} \\ x+y \leq 7 \\ 3x+5y \geq 20 \end{cases}, \text{可行解區域如圖所示}$$



$\therefore (x, y) = (2, 3), (3, 3), (4, 3), (4, 2), (5, 1), (5, 2)$ 共 6 種調度法
寫出全部調度方式得 6 分，答錯 1 種得 3 分，答錯 2 種（含）以上者不予給分

(2)目標函數 $P = 3000x + 5500y$

(x, y)	$(2, 3)$	$(3, 3)$	$(4, 3)$	$(4, 2)$	$(5, 1)$	$(5, 2)$
P	22500	25500	28500	23000	20500	26000

\therefore 小貨車 5 輛，大貨車 1 輛最節省出車費用（3 分），費用為 20500 元（3 分）

二、試題解析：(1)設 $f(x) = hx$ ， $g(x) = k\sqrt{x}$

$\because f(x)$ 過 $(1, 0.25)$ 與 $(1.8, 0.45)$

$\therefore f(x) = \frac{1}{4}x, x \geq 0$ (2 分)

又 $g(x)$ 過 $(4, 2.5)$ 與 $(9, 3.75)$

$\therefore g(x) = \frac{5}{4}\sqrt{x}, x \geq 0$ (2 分)

(2)設投入甲產品資金 x 萬元，則投入乙產品資金 $10 - x$ 萬元

$$\text{利潤 } p(x) = \frac{x + 5\sqrt{10-x}}{4}, x \geq 0$$

$$\text{令 } t = \sqrt{10-x}, 0 \leq t \leq \sqrt{10}$$

$$x = 10 - t^2$$

$$\therefore p(t) = \frac{10 - t^2 + 5t}{4} = \frac{-1}{4} \left[t^2 - 5t + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \right] + \frac{65}{16} = \frac{-1}{4} \left(t - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{65}{16}$$

\therefore 當 $t = \frac{5}{2}$ 時，有最大值 $\frac{65}{16} = 4.0625$

即 $x = 3.75$ （萬元），利潤最大 4（萬元）

故甲產品投入 3.75 萬元，

乙產品投入 6.25 萬元，最大利潤 4 萬元。

正確寫出投入甲、乙產品的金額始得 6 分，

最大利潤若無四捨五入至萬元得 2 分，答 4 萬元才得 4 分、

